

Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση ενός συστήματος ελατηρίου-μάζας η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U_{\max} = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2$ είναι ίση με την μέγιστη κινητική ενέργεια $K_{\max} = \frac{1}{2} m\omega_\delta^2 A^2$ μόνο στην περίπτωση που η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Πού οφείλεται αυτή η διαφορά;

Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση ενός συστήματος ελατηρίου-μάζας ασκούνται οι δυνάμεις:

η ελαστική δύναμη $-kx$, με $k=m\omega_0^2$, η δύναμη απόσβεσης και η δύναμη από το διεγέρτη, τη συνισταμένη των οποίων ονομάζω έστω F' .

Έτσι από το 2^ο νόμο του Newton για την κίνηση έχουμε

$$-kx + F' = ma \text{ και επειδή } a = -\omega_\delta^2 x$$

$$-kx + F' = -m\omega_\delta^2 x.$$

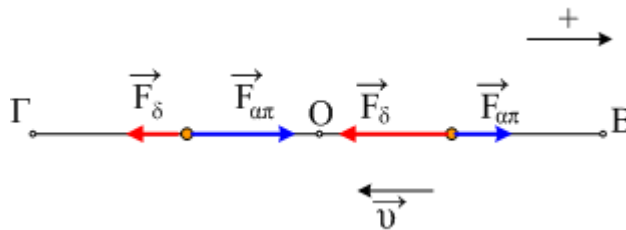
$$F' = -m(\omega_\delta^2 - \omega_0^2)x$$

Τότε:

- Αν $\omega_\delta > \omega_0$ τότε $F' = -m(\omega_\delta^2 - \omega_0^2)x$, οπότε:

$$\text{όταν } x > 0 \rightarrow F' < 0 \text{ ενώ όταν } x < 0 \rightarrow F' > 0$$

Έστω λοιπόν ότι το σώμα ξεκινά από την ακραία θέση B, στην οποία έχει μια ορισμένη τιμή δυναμικής ενέργειας U_{\max} και κινείται προς τα αριστερά. Στο σχήμα εμφανίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.



Το έργο της συνισταμένης (των F_δ και $F_{\alpha\pi}$) F' είναι θετικό στην κίνηση προς τη Θ.Ι. Ο και αρνητικό προς την ακραία θέση Γ, οπότε η μέγιστη κινητική ενέργεια θα είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη δυναμική ενέργεια κατά το έργο της F' .

Γιατί; Αν πάρουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από το B στο O έχουμε:

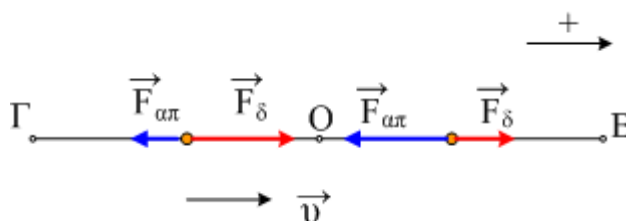
$$K_O - K_B = W_{F_{\alpha\pi}} + W_{F'}$$

$$K_O = (U_B - U_O) + W_{F'} \rightarrow$$

$$K_O = U_B + W_{F'} \rightarrow$$

$$K_O > U_B.$$

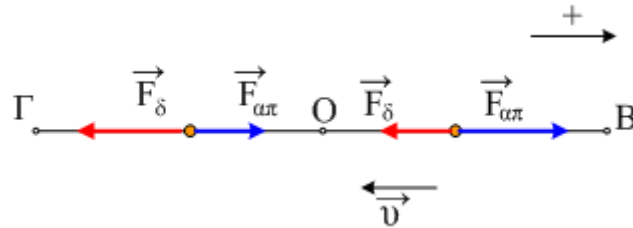
Αντίστοιχη κατάσταση έχουμε αν πάρουμε την κίνηση από την ακραία θέση Γ προς την θέση B, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Προσέξτε ότι το έργο της F' από το Γ στο O είναι θετικό.



- Αν $\omega_\delta > \omega_0$ τότε $F' = m(\omega_0^2 - \omega_\delta^2) \cdot x$, οπότε:

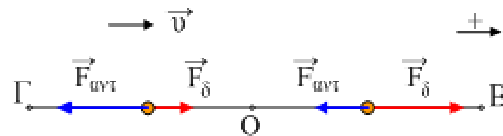
$$\text{όταν } x > 0 \rightarrow F' > 0 \text{ ενώ όταν } x < 0 \rightarrow F' < 0$$

Για την κίνηση από την ακραία θέση B προς τα αριστερά:



Το έργο της F' είναι αρνητικό κατά την κίνηση από το B στο O, με συνέπεια η Κινητική ενέργεια στο O να είναι μικρότερη από την δυναμική ενέργεια στο B.

Για την κίνηση από το άκρο Γ προς τα δεξιά το αντίστοιχο σχήμα είναι:



και πάλι το έργο της F' είναι αρνητικό από το Γ στο O και θετικό από το O στο B.

Συμπέρασμα και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη κινητική ενέργεια κατά το έργο τη F' .

- Αν $\omega_\delta = \omega_0$ τότε $F' = 0$, οπότε:

ο στιγμιαίος ρυθμός προσφοράς ενέργειας από την F_δ και ο στιγμιαίος ρυθμός απώλειας ενέργειας από την $F_{\alpha\pi}$ είναι ίσοι κάθε στιγμή, δηλαδή κάθε στιγμή ο διεγέρτης αναπληρώνει ακριβώς την ενέργεια που χάνεται.

Άρα στην περίπτωση αυτή (όπως και στην ελεύθερη αμείωτη ταλάντωση όπου η F' δεν υπάρχει και επίσης δεν υπάρχει ούτε προσφορά ούτε απώλεια ενέργειας) η ενέργεια που προέρχεται από τη μείωση της κινητικής μετατρέπεται σε δυναμική, και αντίστροφα, μέσω του έργου της ελαστικής δύναμης $-kx$, και, αφού το ποσό κατά το οποίο μειώνεται η μία ενέργεια είναι ίσο με το ποσό κατά το οποίο αυξάνεται η άλλη, οι μέγιστες τιμές τους είναι ίσες.